CORRECTION de la question N°2 du contrôle sur les fonctions réciproques

$$f(x) = -\frac{1}{(x-2)^2} + 3$$

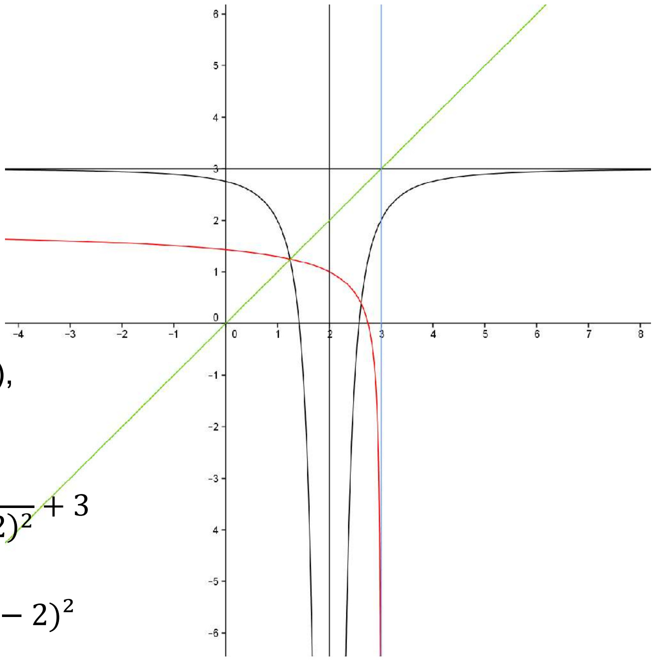
Remarques :

f : $R \to R$ est une fonction

f : D_f = R \ {2} → R est une application non injective et non surjective

f : $D_f \to I_f$ =]-∞,3[est une application surjective (non injective)

Pour tracer le graphique de f(x) :



$$f'(x) = \frac{2}{(x-2)^3} \qquad f''(x) = \frac{-6}{(x-2)^4}$$

$\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$ AV ≡ x = 2

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 3 \quad \text{AH} \equiv y = 3$

Pour calculer les fonctions réciproques de f(x), on réduit le domaine à]-∞,2[ou]2,+∞[

$$y = -\frac{1}{(x-2)^2} + 3$$

$$\frac{-1}{y-3} = (x-2)^2$$

$$\sqrt{\frac{-1}{y-3}} = |x-2|$$

Sur]-∞ , 2[, on a $f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{-1}{x-3}} + 2$ Sur]2,+∞[, on a $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{-1}{x-3}} + 2$

Pour obtenir le graphique de $f^{-1}(x)$, on fait une symétrie, par rapport à la première bissectrice, de f(x) sur le domaine réduit]-∞,2[(graphique rouge)

Remarque : $f^{-1}(x)$ admet une A.V ≡ x = 3 et une AH ≡ y = 2

Exercices proposés

Applique tous les raisonnements détaillés comme ci-dessus en partant de

$$f(x) = \frac{2}{(1-x)^2} - 2 \qquad f(x) = \sqrt[4]{x^2+1} - 2$$

Après avoir tracé tes graphiques point par point, vérifie dans Geogebra